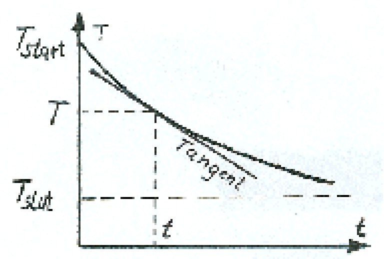
Afkølingskurve og smeltevarme for fixersalt. Newtons afkølingslov.

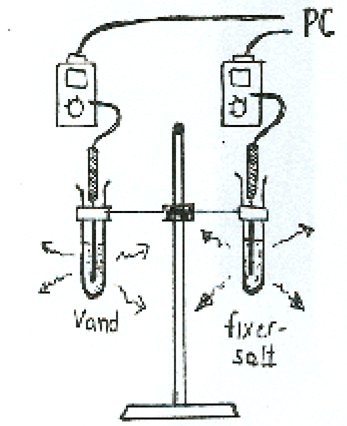
Formålet med øvelsen: Afkølingskurverne for lige store rumfang af fiksersalt og vand optages. Herudfra bestemmes smeltepunkt og smeltevarme for fixersalt $(Na_2SO_3 \cdot 5H_2O)$. Ved at fitte afkølingskurverne til Newtons afkølingslov undersøges gyldigheden af denne.



Figur 1: Celciustemperaturen T for stofmasse m under afkøling fra T_{start} til T_{slut}. Temperaturfald pr. tid til tidspunktet t er lig den numeriske værdi a af tangentens hældning til denne tid. Effekten i varmeudstrålingen (= tabet i indre energi pr. tid) er dermed

$$P = mca$$

hvor c er stoffets specifikke varmekapacitet (4,18 J/gK) for vand).



Figur 2: Forsøgsopstilling. Det er afgørende vigtigt for gode afkølingsgrafer, at termofølerne er fast monteret så de føler **midt** i reagensglassene.

Newtons afkølingslov: Til tiden $t = 0$ anbringes et legeme med Celcius- temperaturen $T = T_{start}$ i omgivelser (luft), der har temperaturen $T = T_{slut}$. Temperaturen vil da ændre sig fra T_{start} til T_{slut}, idet den følger en eksponentiel kurve,

$$T(t) = (T_{start} - T_{slut})\exp(-kt) + T_{slut} \qquad (1)$$

hvor k er en positiv konstant. Alternativt kan man skrive

$$T(t) = (T_{start} - T_{slut})\left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}} + T_{slut} \qquad (2)$$

hvor $t_{1/2} = \ln 2/k$ er halveringstiden.[1]

Forsøgets gang: Et reagensglas påsættes foroven en lille mærkat *salt*. Det vejes, fyldes knap halvt op med krystaller af fixersalt, vejes igen, og den nøjagtige masse m_{salt} af saltet noteres. Et andet glas vejes og fyldes med vand. Glassene opvarmes i vand, der bringes i kog med dyppekoger. Herved smelter fiksersaltet og synker sammen, således at det fylder en del mindre end vandet. Man hælder vand fra indtil, der er samme rumfang i de to glas, der nu ser helt ens ud. Glassene spændes op som vist i fig. 2, således at deres omgivelser bliver så ens, at følgende antagelse virker velbegrundet:

De to glas udsender samme effekt til omgivelserne, når de har samme temperatur.

I hvert glas anbringes en termoføler (et termometer), der forbindes til en computer[2], således at denne kan registrere afkølingskurverne. Stativ, termofølere og PC skal være klargjorte, når de to glas tages op af vandet - registreringen af afkølingskurverne skal påbegyndes hurtigt.

Idet fixersaltet har svært ved at påbegynde størkning, vil det fortsat være flydende, når temperaturen er dalet ned under dets størkningspunkt $T_{størk}$. Man siger, at saltet så er i *underafkølet* fase. Kommes en lille enkelt-krystal ned i den underafkølede

---

[1] Lad os bemærke, at Newtons afkølingslov faktisk også gælder for opvarmning dvs. når $T_{start} < T_{slut}$. Der kunne f. eks. være tale om opvarmningen af et glas koldt øl, der står i en lun stue.

[2] Udførlig anvisning på brug af programmet ***Datalyse*** er vedlagt denne vejledning.

væske, da virker den som *kim* for krystallisationsprocessen, der straks går i gang. En sådan *podning* foretages, når temperaturen er faldet til ca. 35 ^{0}C . Krystaldannelsen ledsages af en varmeudvikling, der er så kraftig, at temperaturen meget hurtigt ryger op til smeltepunktet, hvor den forbliver, indtil størkningen er til ende. Herefter falder den igen, og man følger den, på dens fald ned mod stuetemperatur - helst til noget under de ca. 35 ^{0}C hvor podningen blev foretaget. Med 10-12 gram fiksersalt i glasset, varer temperaturmålingerne 60-70 minutter. I dette tidsrum må I åbne programmet Datalyse på en anden PC og her, med udgangspunkt i et tidligere opnået sæt måledata, øve jer på den matematiske behandling af disse. Se fodnote 2.

Når målingerne er slut: Glasset med vand vejes, således at vandets masse m_{vand} kan bestemmes. Den "fastfrosne" termoføler smeltes fri, tages op og gøres ren.

Rapportens udformning

Denne kan skrives i fortsættelse af ovenstående (som du altså ikke *behøver* genformulere i dine egne ord). Den skal indeholde nedenstående punkter, men skal være stilet til en læser, der ikke har kendskab til denne liste.

* Værdierne af T_{start},T_{slut} og $t_{1/2}$ for dé Newtonske afkølingsfunktioner $T(t)$ der passer bedst med afkøling af reagensglassene med **1)** Flydende fixersalt og **2)** Vand.

  Frivilligt: Du kan også her medtage **3)** Fast fixersalt. Du får i så fald brug for at forskriften i (1) også kan skrives som $T(t)=(T_0-T_{slut})\exp(-k(t-t_0))+T_{slut}$ hvor (t_0,T_0) er et vilkårligt punkt på grafen.

* Udskrift af afkølingsgraferne. På grafen for fixersalt (eller i tekst nedenfor) skal størkningspunktet $T_{størk}$ (= smeltepunktet) angives, og det skal angives på hvilke stykker fixersaltet befinder sig i flydende fase, i underafkølet fase, i blanding af flydende og i fast fase. Også *varigheden* $t_{størk}$ af den blandede fase (størkningsfasen) skal anføres. De Newtonske afkølingskurver skal være indtegnede (den for det faste salt er frivillig) på såvel grafen for vand som grafen for fixersalt - det samme skal tangenten ved temperaturen $T_{størk}$, og de numeriske værdier a_{salt} og a_{vand} af begge tangenthældninger skal anføres.

* Ved hjælp af a_{vand} (og teorien i teksten til fig. 2) bestemmes den effekt $P_{størk}$ hvormed de to glas bortstråler energi, når deres temperatur er lig størkningstemperaturen $T_{størk}$ for fixersalt. Ved hjælp af størkningstiden $t_{størk}$ kan du derpå bestemme den samlede størkningsvarme (= smeltevarme) og endelig den specifikke smeltevarme L_{salt} for fixersalt.

* Begrund ligningen $m_{salt}c_{salt}a_{salt} = m_{vand}c_{vand}a_{vand}$ og brug den til bestemmelse af c_{salt} (smeltet)

  * ***Frivilligt***: Regn opgaverne på næste side. Bestem c_{salt} ved hjælp af halveringstider fremfor tangenthældninger. Brug endelig denne metode til også at bestemme den specifikke varmekapacitet for saltet i fast fase.

Lærerige, men <u>frivillige</u>, teoretiske opgaver

Opgave 1: Newtons afkølingslov ikke er en eksakt grundlov for naturen på linje med de fundamentale *Newtons tre love.* Der er tale om en lovmæssighed, der følger rent matematisk, dersom man gør den antagelse, at temperaturfaldet pr. tid i ethvert givet øjeblik t er proportionalt med "afstanden" $T(t)-T_{slut}$ fra sluttemperaturen - dvs. skal opfylder ligningen

$$\frac{dT(t)}{dt} = -k(T(t)-T_{slut}) \qquad \text{hvor } k \text{ er en positiv konstant.} \qquad (3)$$

Kontroller, at $T(t)$ fra (1) opfylder ligningen (3) og er lig T_{start} , når t = 0.

NB: Har du lært om differentialligninger, skulle du kunne finde $T(t)$ i (1) ved at løse ligningen (3) med begyndelsesbetingelsen $T(0)=T_{start}$. Du kan evt. i stedet vise flg. mere generelle resultat:

Den løsning til ligningen (3), der til tiden t_0 har værdien T_0, kan skrives som

$$T(t)=(T_0 - T_{slut})\exp(-k(t-t_0))+T_{slut}$$

Opgave 2: Vis, at dersom afkølingen i fig. 1 foregår efter Newtons afkølingslov som i (1) og (2), så kan effekten P skrives som $P(t)=mck(T(t)-T_{slut})$. Slut heraf at man åbenbart kan betragte P som en funktion af T i stedet for af t:

$$P(T)=mck(T-T_{slut})=mc\frac{\ln 2}{t_{1/2}}(T-T_{slut}) \qquad (4)$$

Opgave 3: Betragt to stofmasser m_1 og m_2 (evt. samme stof i flydende og fast fase) under afkøling mod samme sluttemperatur T_{slut}. Antag at de begge følger Newtons afkølingslov med halveringstider på henholdsvis $t_{1/2,1}$ og $t_{1/2,2}$. Vis flg.: Ved en bestemt temperatur T - som de naturligvis ikke behøver nå samtidigt - er forholdet mellem de udstrålede effekter P_1 og P_2 givet ved

$$\frac{P_1}{P_2}=\frac{m_1c_1k_1}{m_2c_2k_2}=\frac{m_1c_1}{m_2c_2}\cdot\frac{t_{1/2,2}}{t_{1/2,1}} \qquad (5)$$